



La mesure de la tendance centrale des séries statistiques qui a dominé pendant longtemps est la moyenne déjà traitée dans un article précédent. Dans cet article, nous présenterons :

- une très courte histoire de la recherche des mesures appropriées
- des définitions de quelques notions
- des informations statistiques
- des exemples de calcul de la médiane

A la recherche de la mesure la plus pertinente : un très bref aperçu historique

Le mathématicien Al-Biruni

Le «géant intellectuel» iranien du XI ème siècle, Al-Biruni, a été l'un des premiers utilisateurs connus d'une méthodologie pour trouver une mesure représentative parmi un ensemble de points de données. Al-Biruni a écrit que lorsqu'il avait de nombreuses mesures différentes et voulait trouver la meilleure mesure, il utiliserait la «règle» de son temps: trouver le nombre au milieu exact des deux résultats les plus extrêmes - ce que nous appellerions maintenant le milieu de gamme. Le milieu de gamme ne tient pas compte de tous les nombres en plus des mesures maximum et minimum, et trouve la moyenne de ces deux nombres.

Al-Biruni a utilisé cette méthodologie pour des sujets divers, y compris sa tentative de déterminer la longitude de la ville de Ghazna, dans l'Afghanistan moderne, et ses études sur les caractéristiques du métal.” (1), (2)

Edward Wright

“L'idée de médiane apparaît dans un livre d'Edward Wright sur la navigation (Erreurs Certaine en navigation, 1599) dans une section concernant la détermination de sa localisation à la boussole. Wright estime que cette valeur médiane était la plus pertinente dans une série d'observations.”(3)

Source :

En anglais

(1a) <https://priceconomics.com/how-the-average-triumphed-over-the-median/>

La médiane

Indicateur de tendance centrale d'une distribution statistique.

Salaire, niveau de vie médians et taux de pauvreté

Définitions (INSEE)

Le salaire médian

Salaire tel que la moitié des salariés de la population considérée gagne moins et l'autre moitié gagne plus. Il se différencie du salaire moyen qui est la moyenne de l'ensemble des salaires de la population considérée.

Le niveau de vie

Le niveau de vie est égal au revenu disponible du ménage divisé par le nombre d'unités de consommation (uc). Le niveau de vie est donc le même pour tous les individus d'un même ménage.

Les unités de consommation sont généralement calculées selon l'échelle d'équivalence dite de l'OCDE modifiée qui attribue 1 uc au premier adulte du ménage, 0,5 uc aux autres personnes de 14 ans ou plus et 0,3 uc aux enfants de moins de 14 ans.

Seuil de pauvreté et niveau de vie médian

La connaissance du niveau de vie médian permet de déterminer le taux de pauvreté monétaire (au moins).

“Le seuil de pauvreté monétaire, qui correspond à 60 % du niveau de vie médian de la population, s'établit à 1 041 euros par mois pour une personne seule en 2017. Avec 8,9 millions de personnes vivant avec un niveau de vie inférieur à ce seuil, le taux de pauvreté au seuil de 60 % de la médiane est de 14,1 % en 2017 et varie peu depuis 2014.”(4)

Le revenu médian en Australie

Le niveau de vie médian en France

“Si vous notiez le revenu de chaque australien et que vous les classiez ensuite par ordre décroissant, la médiane serait le nombre exactement au milieu.” Le site australien ne précise pas si l'effectif pris en compte est paire ou impair. On peut aussi classer ces revenus par ordre croissant. Mais tous les australiens ne perçoivent pas de revenus ni tous les français. Une partie de la population n'est pas en âge de travailler et ne reçoit ni revenus d'activité ni ceux du capital. Le travail du statisticien est infiniment plus rigoureux. L'auteur de l'article présente simplement cet indicateur qu'est la médiane. Une sorte de vulgarisation sans doute. Cependant, notre auteur précise la structure par âge des individus sur lesquels portent les statistiques dans un autre passage (voir supra).

On apprend ainsi que :“Si vous êtes un travailleur à temps plein et que vous gagnez plus de 1261 \$ par semaine (avant impôt et pension de retraite), vous gagnez plus de la moitié de tous les autres travailleurs âgés de 15 ans et plus. Cela équivaut à 65 577 \$ par année.” Ces données ont été publiées en 2018 et concernent l'année 2017 (issues du Australian Bureau of Statistics ou ABC). (5)

Le revenu médian varie selon le genre, le niveau de qualification et en fonction la zone géographique (Milieu rural-urbain).

En France, l'INSEE détermine l'évolution du niveau de vie median. Ainsi observe-t-on qu' "Entre 2016 et 2017, le niveau de vie médian est en hausse de 0,4 % en euros constants. Après avoir légèrement baissé entre 2008 et 2013 (- 0,2 % par an en moyenne), le niveau de vie médian augmente lentement depuis (+ 0,5 % par an en moyenne). Cette progression modérée depuis quatre ans reste très en deçà de celle observée avant la crise économique de 2008 (+ 1,4 % par an en moyenne entre 1996 et 2008)." Si le niveau de vie médian augmente, en passant par exemple de 1200 € à 1300 €, un individu qui fait partie des 50% qui gagnent moins de 1300€ compte désormais parmi la moitié de ceux qui ont un niveau de vie supérieur à 1200 €.

Calcul de la médiane

Médiane d'une série continue

Modalités	Effectifs	ECC
30-40	3	3
40-50	3	6
50-60	1	<u>7</u>
60-70	1	8
70-80	1	9
80-90	0	9
90-100	2	11
100-110	1	12
110-120	1	13
120-130	0	13
130-140	0	13
140-150	0	13
150-160	1	14

La première colonne présente le PIB en milliards de \$ de 14 pays africains en 2018 (données de la Banque mondiale). La deuxième colonne donne le nombre de pays et la troisième colonne est consacrée aux effectifs cumulés croissants. C'est cette dernière qui permet de trouver la classe médiane en procédant ainsi :

Le nombre total de pays s'élève à 14. 50 % de cet effectif correspond à 7 qui se trouve dans l'intervalle [50;60] représentant la classe médiane.

Calcul de la médiane :

$$Me_{-50/7-6} = 60-50/7-6 \text{ soit } Mé=60.$$

Donc 50 % des pays africains de cet échantillon ont un PIB inférieur à 60 milliards de \$ et l'autre moitié a un PIB supérieur à ce montant.
 Parmi les pays ayant un PIB inférieur au PIB médian, on peut citer : le Cameroun, la Libye, la Côte d'Ivoire, la Tunisie, le Ghana, etc.

Médiane d'une série statistique discrète

La détermination de la médiane d'une série statistique discrète implique de classer les valeurs qui la constituent dans un ordre croissant. Le nombre de ces valeurs peut être désigné par N. Ensuite, il faut trouver le rang ou la position de la médiane (Mé). Si N est un nombre impair, la position de la médiane se trouve à la valeur $(N+1)/2$. Si N est pair, la médiane correspond à la demie somme des valeurs de rang $N/2$ et $(N/2)+ 1$. Un exemple pour illustrer ce dernier cas :

On considère la série de valeurs de la température dans un pays fictif :

24, 27, 12, 16, 10, 14, 11, 30. Cette série doit être classée dans un ordre croissant.

10, 11, 12, **14**, **16**, 24, 27, 30. $N=8$, donc nous avons deux valeurs : $8/2= 4$ et 5. Autrement dit, la quatrième valeur de la série, 14 et la cinquième valeur, 16. On calcule la demie somme pour trouver enfin la Mé. Soit :

$(14+16)/2= 15$. $Mé=15=$ température médiane.

La médiane aurait été égale à 16 si on avait un nombre impair de valeurs ; 10, 11, 12, 14, **16**, 24, 27, 30, 35.

Autre exemple : notes obtenues

Notes	Effectif	ECC
8	1	1
10	1	2
11	4	6
12	10	16
13	4	20
14	4	24
15	2	26
16	4	30
17	1	31
19	2	33

ECC : effectif cumulé croissant.

Rang de la Mé : l'effectif est impair, donc on peut utiliser la formule $N = 2n+1$. La médiane se trouve à la 17ème position. $Mé = 13$. La note médiane est égale à 13.

Mots clés

Médiane- niveau de vie- seuil de pauvreté-

Sources :

Pour en savoir plus sur Al-Biruni:

En français

(2) <http://www.mathouriste.eu/Al-Biruni/al-biruni.html>

In English

(1b) <https://www.britannica.com/biography/al-Biruni>

(3) <https://www.math93.com/index.php/histoire-des-maths/les-developpements/564-histoire-des-statistiques>

(4) <https://www.insee.fr/fr/statistiques/4277700?sommaire=4318291>

5) <https://amp.news.com.au/finance/work/how-much-do-you-need-to-earn-to-be-rich-in-australia/news-story/cd7e6647199773c56ad5a9270c7aab87>

Anglais

<https://www.mathsisfun.com/median.html>

Français

<https://www150.statcan.gc.ca/n1/edu/power-pouvoir/ch11/median-mediane/5214872-fra.htm>